ҒТАМР 14.25.09
DOI 10.59941/2960-0642-2023-3-117-132

Планиметрия есептерін шешуде геометриялық түрлендіру әдісін қолдану арқылы оқушылардың геометриялық білімдерін жетілдіру

М. Т. Умирбек
Л. Н. Гумилев атындағы ЕҰУ
Астана қ., Қазақстан Республикасы

Аңдатпа. Зерттелетін мәселе бүгінгі таңда өзекті болып табылады, өйткені геометрияны меңгеру кезінде және интеллектуалды және тұлғалық дамуды ынталандыру кезінде оқушылардың математикалық есеппен жұмыс істеу дағдыларын оны шешудің түрлендіру қажеттілігі туындайды. Түрлендірулер геометрияның да, қазіргі ғылымның да жемісті идеяларының бірі бола отырып, мақаламызда көрініс тапты. Соған қарамастан геометриялық түрлендірулердің даму әлеуетінің болуы және мектептің геометрия базалық курсының оны жүзеге асыруға әлсіз бағдарлануы себебінен, негізгі мектептегі негізгі геометрия курсының стандартында геометриялық түрлендірулерге тым аз көңіл бөлінуі салдары қарастырылады;

Зерттеу жұмысының мақсаты мектеп оқушыларының геометриялық білім сапасын арттыру құралы ретінде планиметриялық есептермен жұмыстың қорытынды кезеңінің теориясы мен әдістемесін жасау болып табылады. Мәселені зерттеудің негізгі әдісі математикалық есеппен жұмыс істеудің соңғы кезеңінің құрамдас бөліктері мен оларға сәйкес операцияларды сәйкестендіру болып табылады. Зерттеу нәтижесінде математикалық есептермен геометриялық түрлендірулердің құрылымы анықталды. Ол математикалық есептерді шешудің әртүрлі кезеңінде онымен жұмыс істеу дағдысын құрайтын белгілі бір операциялар жинағын орындауға мүмкіндік береді. Мақалада геометриялық түрлендіру есептерін шығару барысында сәйкес келетін операцияларды қалыптастыру үшін арнайы тапсырмаларды шешу әдістемелері мен мысалдары көрсетілген. Оқушылардың математикалық есепті шешудің әртүрлі кезеңін орындай алуы геометрияны меңгеру барысында жақсы нәтижелерге қол жеткізуге көмектесетіні дәлелденді.

Кілтті сөздер: геометриялық түрлендіру, математикалық есеп, математикалық есеппен жұмыстың қорытынды кезеңі, әдістеме, тапсырмалар жүйесі.

Қалай дәйексөз алуға болады / Как цитировать / How to cite:
Умирбек, М. Т. Планиметрия есептерін шешуде геометриялық түрлендіру әдісін қолдану арқылы оқушылардың геометриялық білімдерін жетілдіру [Мәтін] // «Білім» ғылыми-педагогикалық журналы. – Астана: Ы. Алтынсарин атындағы Ұлттық білім академиясы, 2023. – №3. – Б. 117-132.

Кіріспе

Қазіргі білім беру жүйесі жаңа білім беру парадигмасына көшуге байланысты түбегейлі өзгерістермен сипатталады, оның негізгі басымдықтары жеке тұлғаның мүдделері де, білім сапасы да болып табылады. Жалпы білім беру сапасын арттыру үшін қажетті жағдайлардың ішінде жеке білім беру траекторияларын құрудың кең және икемді мүмкіндіктерін болжайтын және оқыту мазмұнындағы өзгерістер есебінен бейін алдындағы дайындық кезеңінде де оқушылардың бейімділігі мен қабілеттерін неғұрлым толық ескеруге мүмкіндік беретін оқытуды саралау қажеттілігі ерекше атап өтіледі.

Негізгі мектепте математиканы бейінге дейінгі оқытудың маңызды мақсаттары-оқушылардың математика бойынша білімдерін кеңейту, пәнге тұрақты қызығушылықты қалыптастыру, математикалық қабілеттерді анықтау және дамыту, орта мектепте оқу профилін таңдауға дайындықты қалыптастыру және кейіннен жалпы кәсіптік-білім беру, әлеуметтік және мәдени өзін-өзі анықтау.

Математиканы бейінге дейінгі оқытуда геометрия ерекше маңызға ие, ол бір жағынан бейінге дейінгі оқытуды ұйымдастырудың құралы, ал екінші жағынан оның жаңа мазмұны ретінде әрекет етеді.Бұл үшін геометрияның әлеуеті зор. Дегенмен, оқыту тәжірибесі орта мектеп оқушыларының геометриялық білімі мен дағдыларының төмен деңгейін көрсетеді. Бұл а) математикалық пәннің басқа пәндерімен салыстырғанда пәннің салыстырмалы күрделілігіне және б) геометрияны үйренуге аз уақыттың болуына байланысты болуы мүмкін. Оқушылардың геометриялық білім деңгейінің жоғары болуын қалай қамтамасыз етуге және оны арттыруға болады деген сұрақ әлі де өзекті болып тұр.

Алайда, геометрияның үлкен әлеуетіне қарамастан, қазіргі мектептегі математикалық білім беру жүйесінде оған бірінші орын берілмейді. Сондай-ақ мектепте геометрияны оқыту жағдайына наразылықтар бар. Геометрияның негізгі курсын жеңілдету оның идеялық және әдістемелік бірлестігіне әкеледі. Бұл сұрақ әсіресе геометриялық түрлендірулерді зерттеуде өткір.

Зерттеулер жазықтықтың геометриялық түрлендірулерін қолдануға негізделген геометриялық есептерді шешу әдістерін оқыту мәселесін қарастырмайды.

Осылайша, мақала өзектілігі келесі қайшылықтармен байланысты:

- геометриялық түрлендірулердің даму әлеуетінің болуы және мектептің геометрия базалық курсының оны жүзеге асыруға әлсіз бағдарлануы;
- қазіргі ғылымдағы өзгерістердің рөлі және негізгі мектептің базалық курсында теориялық және топтық әдістерді одан әрі зерттеу үшін қажетті пропедевтикалық базаны қалыптастыруға бағытталған таңдау курстарының болмауы.

Осы қарама-қайшылықтарды шешу қажеттілігіне сүйене отырып, геометриялық түрлендірулерді қолданып планиметрия курсындағы есептерді шешу арқылы геометриялық білім жүйесін жетілдіруден тұратын зерттеу мәселесі анықталды.

Материалдар мен әдістер

1. Геометриялық оқыту әдістерінің теориялық негізінде есептердің шешімдерін табуда геометриялық түрлендірулерді қолдану.

Жазықтықтың геометриялық түрлендірулерін оқытуда үлкен жасөспірімдік шақтағы интеллектуалдық даму ерекшеліктерін ескеру маңызды.

Оқушының интеллектуалдық дамуына бағытталған саралап оқытуды практикалық ұйымдастыруда оқушылардың жас ерекшеліктерін есепке алудың маңызы зор. Бейіндік дайындықтың жетекші мақсаты – негізгі мектеп түлектерінің келесі оқу траекториясын таңдауға дайындығын қалыптастыру. Ол үшін оқушылардың интеллектуалдық дамуы, атап айтқанда, математикалық ойлауын дамыту мәселесін шешу қажет. Осыған байланысты жалпы интеллектіні дамыту мәселесіне тоқталайық. Ж.Пиаже (1896-1980) бойынша баланың интеллектуалдық даму процесі үш кезеңді қамтиды, осы кезеңде үш негізгі құрылым туып, қалыптасады:

1) сенсомоторлы құрылымдар, яғни материалдық және дәйекті орындалатын қайтымды әрекеттер жүйесі (0-2 жас);
2) нақты операциялардың құрылымдары - әрекеттер жүйелері, санада орын-

далады, бірақ сыртқы көрнекі әрекеттерге негізделген (2-12 жас);

3) формальды логикамен, гипотетикалық-дедуктивті пайымдаулармен байланысты формальды операциялардың құрылымы (12-15 жас) [1]

Сонымен қатар 14-15 жаста адам санасында элементарлы логикалық құрылымдар қалыптасады. Жасөспірім айналасындағы шындыққа қатысты ғана емес, математикалық абстракцияларға қатысты да сәтті әрекет ете алады. Ғалымның көзқарасы бойынша, жасөспірімнің ойлауы ересек адамның ойлауына өзінің логикалық бөлігінде жақындайды, үлкен жасөспірімнің интеллектуалдық саласындағы жаңа жетістігі - абстрактілі теориялық ойлау элементтерін қалыптастыру.

Ж. Пиаженің көзқарасы жасөспірімдік кезеңде болатын ойлаудың сапалық өзгерістеріне назар аударады. Ж.Пиаже концепциясы бойынша жасөспірімдерде интроспективті ойлау қабілеті (ойлар туралы ойлар); абстрактілі ойлау (шындықтың шегінен мүмкінге дейін өту); логикалық ойлау (барлық маңызды фактілер мен ойларды есепке алу және олардан дұрыс қорытынды шығару қабілеті) және гипотетикалық ойлау (гипотезаны тұжырымдау және оны көптеген айнымалыларды ескере отырып дәлелдеу) болып жіктеледі.

Л. С. Выготский ойлаудың қалыптасу кезеңдерін де зерттеп, оның синкреттік ойлаудан комплекстік ойлауға, одан кейін ұғымдардағы ойлауға дейін дамитынын көрсетті. Л.С. Выготский берген дамудың кезеңділігі өз мәні бойынша Ж.Пиаже концепциясынан еш айырмашылығы жоқ. Жалғыз айырмашылығы, Л.С. Выготскийді психикалық әрекеттер процесі емес, нәтиже қызықтырды. Сонымен қатар, ол интеллектуалдық даму кезеңдерін генетикалық алдын ала анықтауды жоққа шығарды. Яғни, оқыту мен дамытуды корреляциялау мәселесі Л.С. Выготский және Дж.Пиаже [2].

Ж. Пиаженің көзқарасы бойынша психикалық даму ол психикалық құрылымдардың өзгеруі, яғни төменгі сатыдан жоғары сатыға өту. Бірақ сонымен бірге әрбір алдыңғы кезең келесісін дайындайды, жоғары деңгейде қайта құрылады. Даму қол жеткізілген даму деңгейіне негізделуі керек, яғни оқуды бастамас бұрын бала белгілі бір даму деңгейіне жетуі керек.

Л. С. Выготский айтуы бойынша оқыту дамудың жетекші факторы. Дамуда «нақты даму» деп аталатын, яғни оқушының өз бетімен, сырттың көмегінсіз қалай істеу керектігін бұрыннан білетін нәрсе және «Проксимальды даму аймағы», яғни оқушының ересек адамның көмегімен не істей алатындығын айтады. «Проксимальды даму аймағы» психиканың нақты және потенциалды даму деңгейі арасында орналасады. Л.С. Выготский оқытудың дамушы болуы мүмкін екенін атап көрсетті, егер ол нысаны бойынша берілген балаға сәйкес келсе (ол реактивті, қатаң бағдарламаға негізделген, бала өзіне ұнайтын нәрсені ғана меңгерген кезде стихиялы және бағдарлама қабылдайтын стихиялық реактивті болуы мүмкін, баланың мүдделерін ескеру аса маңызды) және мазмұны бойынша (ол нақты даму деңгейінен жоғары болуы керек, өйткені ол баланың интеллектісі үшін жаңа ештеңе бермейді). Қазіргі даму деңгейі бірдей балалардың мүмкіндіктері әртүрлі болуы мүмкін, сондықтан белгілі бір баланың дамуын бағалау кезінде оның қазіргі деңгейін ғана емес, сонымен қатар ертеңгі күні – жақын даму аймағын да ескеру қажет. Осы орайда Л.С. Выготский потенциалды даму деңгейі баланың қабілеті мен оның оқу қабілетіне сәйкес келетініне, ал нақты даму оның оқуын көрсететініне назар аударды.

Оқыту қабілетінің көрсеткіштерінің ішінде мыналарды бөліп көрсетуге болады: жаңа жағдайдағы бағдарлау белсенділігі, интеллектуалдық бастама, қиын тапсырманы орындау кезінде басқа адамның көмегіне бейімділік, оқушының кейіннен ұқсас мәселелерді өз бетінше шешу қабілеті, оқушының алға жылжу қарқыны. (А.К. Маркова, Т.А. Матис, А.Б. Орлов). Осыған сәйкес егде жастағы жеткіншектерді оқытуда тек бұрыннан бар психологиялық ерекшеліктерге сүйеніп қана қоймай, жасөспірімнің жасөспірімге толық көшуін қамтамасыз ету үшін бағдар ретінде ерте жасөспірімдік кезеңнің ерекшеліктерін ескеру қажет [3].

Симметрия, аударма, айналу және ұқсастық сияқты геометриялық түрлендірулер геометриялық оқыту әдістері үшін маңызды теориялық негіз болып табылады. Григорий А.Карпентер мен Элизабет Ф. Уен атап өткендей, олардың «математикалық білім берудегі Геометрия» кітабында [4], геометриялық түрлендірулер оқушыларға фигуралардың пішіні мен орналасуындағы өзгерістер олардың қасиеттеріне қалай әсер ететінін түсінуге көмектеседі.

Симметрия геометрияда маңызды рөл атқарады және оны симметриялы фигураларды құру үшін пайдалануға болады. Симметриялық фигуралар қабырғалар мен бұрыштар арасындағы қасиеттер мен қатынастарды зерттеуде пайдалы. Майкл Г.Строгатц өзінің «білім беруде симметрияны қолдану» [5] мақаласында атап өткендей, бұл әдіс студенттерге симметрия ұғымын және оның геометрияда қолданылуын жақсы түсінуге көмектеседі.

Айналу мен ұқсастық геометрияда да маңызды рөл атқарады. Оларды фигуралар арасындағы сәйкестікті анықтау, ұқсастықты талдау және әртүрлі масштабтағы фигураларды салу үшін пайдалануға болады. «Ұқсастық және оның геометриялық оқытудағы қосымшалары» атты еңбегінде [6], Джеймс Р.Френк пен Кэтрин М. Уилсон ұқсастықты оқыту әдістемесіне қалай енгізуге болатынын және оқушыларға геометриялық фигуралардың қасиеттерін жақсы түсінуге қалай көмектесетінін талқылайды.

Осы салада жүргізілген зерттеулер геометриялық түрлендірулерді геометриялық оқыту әдістерінде қолданудың тиімділігін растайды. Анна М. Барнс пен Джон П. Доу «геометриялық түрлендірулердің оқушылардың оқу үлгеріміне әсері» атты мақаласында атап өткендей [7], бұл түрлендірулерді қолдану оқушылардың геометриядағы оқу үлгерімін жақсартуға ықпал етеді. Зерттеулер көрсеткендей, геометриялық түрлендірулермен белсенді айналысатын студенттер геометриялық ұғымдарды түсінудің жоғары деңгейін және емтихандарда жоғары ұпайларды көрсетеді.

Геометриялық түрлендірулерге негізделген интерактивті оқыту қосымшалары барған сайын танымал бола бастады. Бұл қосымшалар оқушыларға фигуралармен тәжірибе жасауға, түрлендірулерді қолдануға және оның фигуралардың қасиеттеріне қалай әсер ететінін байқауға мүмкіндік береді. Олардың жұмысында «геометриялық оқытуға арналған интерактивті оқыту қосымшалары» [8], Лаура С.Уильямс және Дэвид С. Миллер осындай қосымшалардың мысалдарын және олардың оқу процесіне оң әсерін талқылайды.

Оқушылар нақты мәселелерді шешу үшін геометриялық түрлендірулерді қолдануы керек Жобалық жұмыс белсенді оқытуды және білімді қолдану дағдыларын дамытуды ынталандырады. Джейсон М.Джонсон мен Линда А. Смит «геометриялық түрлендірулермен Жобалық жұмыс: түсіну жолы» [9] мақаласында атап өткендей, мұндай жобалар студенттерге геометрияның нақты өмірде практикалық қолданылуын көруге көмектеседі.

Геометриялық түрлендірулерді геометриялық оқыту әдістерінде қолдану теориялық негізділікке ие және білім беру практикасындағы зерттеулермен расталады. Бұл түрлендірулер геометриялық ұғымдарды тереңірек түсінуге және оқушылардың дерексіз ойлауын дамытуға ықпал етеді. Интерактивті оқу құралдары және жобалық жұмыс сияқты практикалық мысалдар оқушылардың білім беру тәжірибесін байытады және оларды оқу процесіне белсенді қатысуға ынталандырады.

Білім беру практикасына геометриялық түрлендірулерді енгізу геометриялық оқыту сапасын арттыруға және оқушыларды болашақта күрделі геометриялық есептерді сәтті шешуге дайындауға ықпал етуі мүмкін.

Жалпы, ересек жасөспірімнің танымдық мүмкіндіктері ақыл-ой белсенділігінің жандануымен және абстрактілі, дерексіз материалды түсіну қабілетінің дамуымен сипатталады. Физика-математика сыныбында оқитын егде жастағы жасөспірімдердің танымдық іс-әрекетінің ерекшеліктерін ескере отырып, олардың 13-14 жасында пайда бола бастаған математикалық қабілеттері болады деп ойлау табиғи болар еді.

Математикалық қабілеттер – бұл жалпылаудың, бүктелген, икемді және қайтымды ассоциациялардың және олардың жүйелерінің математикалық материалындағы білім беру қабілеттері.

Математикалық қабілеттердің көрінісі мектептегі математика курсын оқу қабілеті деп санауға болады, өйткені математиканы өз бетінше және терең зерттеу жаңа және әлеуметтік маңызды нәтижелер мен жетістіктер беретін шығармашылық математикалық іс-әрекетке қабілеттілікті дамытудың алғышарты болып табылады (Ж. Адамар, А. Г. Ковалев, В. Н. Мясищев, Ю. А. Самарин, В. А. Крутецкий) [10].

В. А. Крутецкий мектеп жасындағы математикалық қабілеттердің құрылымын зерттей отырып, оның келесі жеке, маңызды компоненттерін ажыратады. Бұл құрылымда ол математикалық есептерді шешудің негізгі кезеңдерін қамтиды. Қабілеттер жеке тұлғаның қасиеттеріндегі іс-әрекеттің көрінісі болғандықтан, мұндай қосу біздің ойымызша өте құнды.

1. Математикалық ақпарат алу. Мұнда математикалық материалды формальды қабылдау, есептің формальды құрылымын түсіну қабілеті ерекше атап өтіледі.

2. Математикалық ақпаратты өңдеу төмендгідей сипатталады:

- сандық және кеңістіктік қатынастар, сандық және символдық символизм саласындағы логикалық ойлау қабілеті;
- математикалық материалды кең және жылдам қорыту мүмкіндігі;
- математикалық пайымдау процесін және сәйкес әрекеттер жүйесін қысқарту мүмкіндігі. Стенографиялық құрылымдарда ойлауға бейімділік;
- математикалық әрекеттегі психикалық процестердің икемділігі;
- шешімдердің анықтығына, қарапайымдылығына, өзіндік үнемділігіне және ұтымдылығына («талғампаздық») ұмтылу;
- тура ойлаудан кері ойлауға еркін және жылдам ауысу мүмкіндігі (ойлау процесінің қайтымдылығы).

3. Математикалық ақпаратты сақтау, математикалық есте сақтау. Математикалық қатынастар үшін жалпыланған жады, типтік сипаттамалар, дәлелдеу және дәлелдеу схемалары, есептерді шешу әдістері және оларға көзқарас принциптері.

4. Жалпы синтетикалық компонент ақыл-ойдың математикалық бағыттылығымен сипатталады [11]

В. А. Крутецкийдің зерттеуіне сәйкес математикалық қабілеттер құрылымына кірмейтін немесе оған бейтарап болып табылатын компоненттерді атап өткен жөн, бірақ олар пайдалы болуы мүмкін:

- ойлау процестерінің жылдамдығы уақыттық сипаттама және жұмыстың жеке қарқыны ретінде;
- есептеу қабілеті, атап айтқанда, тез және дәл есептеулер жасай білу, көбінесе санада;
- фигураларды, сандарды, формулаларды жады;
- кеңістікті бейнелеу қабілеті.

Алайда, ауызша-логикалық ойлау түрі ерге жастағы жасөспірімдердің негізгі неоплазмасына айналса да, іс жүзінде көптеген жасөспірімдер белгілі бір ойлау деңгейінде қалады, олар біраз уақыттан кейін ғана жеңіп шығады (В. С. Мухина). Яғни, көрнекі бейнелер мен қойылымдар мұндай оқушылардың ақыл-ой іс-әрекетінде үлкен орын алады. Бұл жеке дамуға, әртүрлі әлеуметтік жағдайларға, генетикалық ерекшеліктерге, жасөспірімнің ішкі жағдайына байланысты болуы мүмкін. Кейбір психологтар мұны жеткіліксіз шоғырланумен және ақыл-ой әрекеттерінің толық қалыптаспауымен байланыстырады [3]. Мәселен, мысалы, белгілі бір уақыт аралығында дұрыс жауап беру қажет болатын төтенше жағдайларда, көптеген оқушылар визуалды-бейнелі ойлау деңгейіне ауысып, ескі ақыл-ой әрекеттеріне қайта оралады.

В. А. Крутецкий атап өткендей, «математикаға қабілетті барлық оқушылардың ауызша-логикалық компоненті жақсы дамыған» [10]. Осыған байланысты оқушылардың әртүрлі мәселелерді шешуде осы ойлау түрлерінің ресурстарын белсенді түрде тарту орынды болып көрінеді. «Геометриялық түрлендірулер» тақырыбын зерттегенде, бұл мүмкіндік ең айқын көрінеді. Бұл тақырып, бір жағынан, қоршаған шындықта байқалатын құбылыстарды көрсетеді, ал екінші жағынан, бұл өте абстрактілі материал, өйткені жазықтықты өзіне және қозғалысқа бейнелеудің нақты түрленуі мен жалпы ұғымдарының анықтамалары абстрактіліктің жоғары дәрежесіне ие.

2. Мектептегі математикалық білім берудегі геометриялық түрлендірулердің маңызы

Өз уақытында (өткен ғасырдың 70-80 жылдары) геометрияны ғылым ретінде дамытуда маңызды рөл атқарған геометриялық түрлендірулер идеясы мектепте математиканы оқытуға барынша еніп кетті. Бұл идеяның маңыздылығы оның үлкен ғылыми-теориялық маңыздылығында ғана емес, оны геометрияны зерттеуде іргелі тұжырымдама ретінде қолданудың да әдістемелік маңызы болуы. Алайда, белгілі себептерге байланысты бұл идея «ұмытылды» (кем дегенде жалпы білім беретін мектептер бағдарламасынан алынып тасталды) және олардың жаңа буын оқулықтарын үзінді түрде толтыруы әдістемелік негіздемелермен қамтамасыз етілмеген. Осы мақсатта біз осы идеяның шығу тегін қарастырамыз және оның педагогикалық құндылығын анықтауға тырысамыз. Қарастырылып отырған идеяны алғаш рет 1872 жылы неміс математигі Ф. Клейн «Соңғы геометриялық зерттеулерге салыстырмалы шолу» баяндамасында ұсынған, ол Эрланген қаласындағы (Германия) университетте профессор қызметіне кіріскен кезде жасаған. Кейіннен бұл есеп «Эрланген бағдарламасы» деп аталды, оның негізінде жиынтық, түрлендіру және түрлендіру тобы сияқты маңызды ұғымдар жатыр [12]. Бұл бағдарлама геометриялық фигураны анықтау мәселесінде түбегейлі маңызды болып табылатын теориялық және көп позициялардан туындайды және ондағы «жиын» ұғымы негізгі анықталмайтын ұғымдардың бірі болып табылады.

Ф. Клейннің айтуынша, фигуралардың геометриялық қасиеттері бойынша біз түрлендіру тобының инварианттарын түсінеміз. G тобының геометриясы-бұл G тобынан түрлендірулерде сақталатын фигуралардың қасиеттерін зерттейтін теория, яғни бір эквиваленттік сыныптағы барлық фигуралар үшін бірдей (инвариантты) қасиеттер. Тиісінше, геометрияның пәні әртүрлі G топтарына қатысты барлық G геометрияларын зерттеу болып табылады, сондықтан бір геометрия жоқ: түрлендірулердің әр тобымен байланысты, белгілі бір топтың түрлендірулеріне қатысты инвариантты фигуралардың қасиеттерін зерттейтін өзіндік геометрия бар.

Ф.Клейннің топтық классификациясы келесідей: {M}{S}{A}{P}{G}, мұндағы: M–қозғалыс тобы, S–ұқсастықтар тобы, A–аффиндік топ, P–Проективті топ және G–гомеоморфизмдер

1-кесте – Ф.Клейннің топтық классификациясы

Топтар	Инварианттар	Мысал
M–қозғалыс тобы	Қашықтық, бұрыштың шамасы, фигураның ауданы және т. б.	Үшбұрыштың, ромбтың, параллелограмның немесе трапецияның биіктігі (h) - табан (b) болатын үстіңгі бұрыштан қарама-қарсы жаққа дейінгі қашықтық. Биіктігі әрқашан негізге перпендикуляр; басқаша айтқанда, биіктік негізмен «тік бұрышты» жасайды.
S–ұқсастықтар тобы	Арақашықтық қатынасы, бұрыштың шамасы.	Жазықтықтың ұқсастығы әрқашан осы түрдегі екі түрлендіруден тұрады. Аударма жазықтығында айналулар, ось бойындағы ортогональды симметриялар, созылулар ұқсастықтың ерекше жағдайлары болып табылады.
A–аффиндік топ	Түзулік, түзулердің параллелдігі, бір түзудің үш нүкте арқылы қарапайым қатынасы, нүкте мен түзудің инциденттілігі, алгебралық қисықтың реті және т. б.	Тіктөртбұрыш параллелограммға, шеңбер эллипске айналады.
P–Проективті топ	Төрт нүктенің күрделі қатынасы.	Берілген топтың барлық инварианттары төрт нүктенің күрделі қатынасы арқылы өрнектеледі: тіктөртбұрыш → төртбұрыш, эллипс ~ гипербола ~ парабола
G–гомеоморфизмдер	Үздіксіздік, өзара бірегейлік	Шеңбер → эллипс (Үшбұрыш, көпбұрыш) жалпы алғанда, шеңбер өздігінен қиылыспай кез-келген жабық сызыққа айналуы мүмкін.

Көріп отырғаныңыздай, қарапайым геометрияны қозғалыс тобының инварианттық теориясы және ұқсастық тобы ретінде қарастыруға болады, аффиндік геометрияда ұқсастық тобына қарағанда фигуралардың жалпы қасиеттері зерттеледі, проективті геометрияда аффиндік геометрияға қарағанда фигуралардың жалпы қасиеттері зерттеледі. Проективті геометрияда тіктөртбұрыш төртбұрышқа айналады, ал эллипс, гипербола, парабола бір сопақ сызық бола отырып, бір-біріне проективті эквивалентті болады, сондықтан эллипстің, гиперболаның және параболаның проективті қасиеттері ажыратылмайды. Геометриялардың әртүрлі түрлері мен түрлендіру топтары арасындағы белгіленген байланыс «негізгі принципті» тұжырымдауға мүмкіндік береді: «негізгі топты өз бөлігі ретінде қамтитын кеңістіктік түрлендірулердің кез келген тобы берілсін; содан кейін осы топтың инварианттар теориясы геометрияның белгілі бір түрін береді». Егер біз оның үлкен педагогикалық маңыздылығын атап өтпесек, бұл бағдарламаны талдау толық болмайды: біріншіден, Ф.Клейн өз идеяларының педагогикалық құндылығын көре отыра, ол орнатқан геометрия систематикасы «... геометрияның жеке бөліктерін де, олардың өзара байланыстарын да бір тұрғыдан қарастыруға» [13]; екіншіден, «геометриялық түрлендірулер функцияның қарапайым тұжырымдамасын жалпылауға» мүмкіндік алды. Мұнда А.И.Фетисова көзқарасын атап өткен жөн: «геометриялық түрлендіру ұғымы қазіргі математиканың маңызды ұғымы функционалдық тәуелділік ұғымының ерекше жағдайы болып табылады.» Осы жерден геометриялық түрлендіру идеясының негізгі маңыздылығы түсінікті болады, өйткені мұнда біз кеңістіктік бейнелерде функционалдық тәуелділікті жүзеге асырамыз. И.М.Яглом сонымен қатар осы мәселенің үш компонентін анықтайды: әдістемелік (фигураларды түрлендіруге байланысты геометриялық теоремалардың дәлелі аксиомалардың дедуктивті тұжырымдарына қарағанда геометрияны үйренуге кірісетін оқушыларға әлдеқайда қолжетімді), философиялық (трансформация ұғымының диалектикалық сипаты) және әдістемелік (геометриялық түрлендірулерді бірінші орынға қою «көптеген геометриялық есептерді бірден құру және дәлелдеу үшін шешудің кілтін беретін кейбір жалпы әдістерді көрсетуге мүмкіндік береді») [13]. Осылайша, қарапайым геометрияны жазықтық ұқсастықтары тобының инварианттық теориясы ретінде қарастыруға болады, ал оның мазмұны тиісті ғылымдардың өзіндік (педагогикалық) проекциясы болып табылады.

Осылайша, қазіргі ғылымда үлкен маңызы бар трансформация топтарының идеясы мектеп білімінде де жобалануы керек, өйткені:

1. Осы мәселелерді көрнекі деңгейде бейінге дейінгі оқыту оқушылардың геометриялық қайта құрулар туралы білім деңгейін арттыруға және оларды қазіргі ғылымның жетістіктерін қабылдау мен түсінуге дайындауға ықпал етеді.

2. Математика бойынша негізгі жалпы білім беру стандартындағы әртүрлі мектеп оқулықтары мен геометрия оқулықтарындағы «Жазықтықты түрлендіру» тақырыбының «геометриялық түрлендіру» тақырыбы негізгі білім беру бағдарламалары мазмұнының міндетті минимумына енгізілген және міндетті түрде зерттелуі керек. Бағдарламаға геометриялық түрлендірулерді зерттеудің келесі сұрақтары енгізілген: «Фигуралар қозғалысының мысалдары. Фигуралардың симметриясы. Осьтік симметрия және параллель тасымалдау. Бұрылыс және Орталық симметрия. Гомотетика туралы ұғымдар. Фигуралардың ұқсастығы.»

3. Геометриялық түрлендірулерді қолдануға негізделген геометриялық есептерді шешу әдістерін оқытудың әдістемелік аспектілері.

Бұл бөлімде әр түрлі геометриялық есептерді шешуде түрлендіру әдісін қолдануды көрсетуге тоқталайық.

1. Параллельді көшіру әдісімен геометриялық есептерді шешу

Негізгі мәліметтер

$\overrightarrow{AB}$ векторына параллель көшіру – бұл *X* нүктесін осындай нүктегеаударатын түрлендіру, содан кейін $XX_1 = \overrightarrow{AB}$ теңдігі шығады.

Екі параллель трансферттің құрамы (яғни дәйекті орындау) параллель трансферт болып табылады.

Кіріспе тапсырмалар

1.1 Көшіруді қолдану мәселені шешуге көмектеседі

1-тапсырма. K, L, M және N $ABCD$ дөңес төртбұрышының AB, BC, CD және DA жақтарының ортаңғы нүктелері болсын.

а) Егер $BC \parallel AD$ болса ғана, $KM \leq \frac{BC+AD}{2}$ теңдігі орындалатынын дәлелдеңіз.

б) $ACBD$ төртбұрышының қабырғаларының бекітілген ұзындықтарында KM және LM сегменттерінің ұзындықтарының максималды мәндерін табыңыз.

Шешім.

а) $CBDE$ параллелограммына дейін *CBD* үш бұрышын салайық. Содан кейін $2KM = AE \leq AD+DE=AD+BC$, егер $AD \parallel BC$ болса ғана теңдікке қол жеткізіледі.

б) $a=AB, b=BC, c=CD$ және $d=DA$ болсын. Егер $|a-c|=|b-d|\neq 0$ болса, онда а) тапсырмасына сәйкес максимум барлық A, B, C және D нүктелері бір түзу сызықта болатын деградацияланған жағдайда болса қол жеткізіледі. $|a\text{-}c|<|b\text{-}d|$ деп есептеп, ADL және LCD үшбұрыштарын $ABCD$ мен $LCDQ$ парелеограммдарына дейін саламыз. Осыдан $PQ\geq|b\text{-}d|$ ал бұл $LN^2=\frac{2LP^2+2LQ^2-PQ^2}{4}\leq\frac{2(a-c)^2-(b-d)^2}{4}$. Одан басқа а) тапсырмасына сәйкес

$KM\leq\frac{b+d}{2}$ екі теңдікке AD және BC негіздері бар $ACBD$ трапеция болған кезде қол жеткізіледі.

2. Орталық симметрия әдісімен геометриялық есептерді шешу

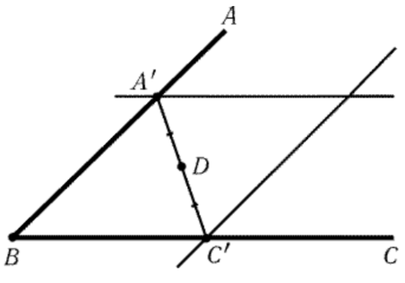
Негізгі мәліметтер

А нүктесіне қатысты X нүктесін X_1 нүктесіне айналуы симметрия жазықтықтың түрленуі деп аталады, ол,сегментінің A ортасы XX_1. Егер фигура A нүктесіне қатысты симметрия кезінде өзіне ауысса, онда A осы фигураның симметрия орталығы деп аталады.

2.1. Симметрия мәселені шешуге көмектеседі

2-тапсырма. ABC бұрышы және оның ішіндегі D нүктесі берілген. Берілген бұрыштың бүйірлерінде ұштары бар, оның ортасы D нүктесінде болатын сегмент жасаңыз.

Шешім. BC және ABD нүктесіне қатысты A' нүкте және C' нүктелерін салайық. Сызықтардың қиылысу нүктесі, AB және BC сызықтарымен D нүктесі $A'C'$-ның салынған сегментінің ортасы екені анық, демек A' және C' нүктелері D нүктесіне қатысты симметриялы.(1-сурет)



1-сурет- Симметриялы түрлендіру есебі

3. Гомотетия және айналмалы гомотетия әдісімен геометриялық есептерді шешу

Негізгі мәліметтер

Гомотетия – бұл X нүктесін X' нүктесіне айналдыратын жазықтықтың түрленуі. O нүктесі гомотетия орталығы, ал *k* саны гомотетия коэффициенті деп аталады және ол H_O^k береді.

Екі фигура гомотетикалы деп аталады, егер олардың біреуі белгілі бір гомотетиямен екіншісіне ауыссатын болса.

3.1 Айналмалы гомотетияқолдану мәселені шешуге көмектеседі

3-тапсырма. S_1 және S_2 шеңберлері *A* және *B* нүктелерінде жанасады. *p* және q түзулері A нүктесі арқылы өтіп, P_1 және Q_1 нүктесімен S_1 шеңберінде, ал P_2 және Q_2 нүктелерімен S_2 шеңберінде қиылысады. P_1Q_1 түзуі мен P_2Q_2 түзуі арасындағы бұрыш S_1 мен S_2 арасындағы бұрышқа тең екнін дәлелдеңіз.

Шешім .$\angle(P_1A,AB)=\angle(P_2A,AB)$ теңдігі орындалатындықтан, $BP_1=BP_2$ тең болады. Сондықтан S_1 ді S_2-ге аударатын *B* центрі бар айналмалы гомотетияда P_1 нүктесіге P_2-ге, ал P_1Q_1 түзуі P_2Q_2 түзуіне ауысады.

4. Аффиндік түрлендіру арқылы геометриялық есептерді шешу

Негізгі мәліметтер

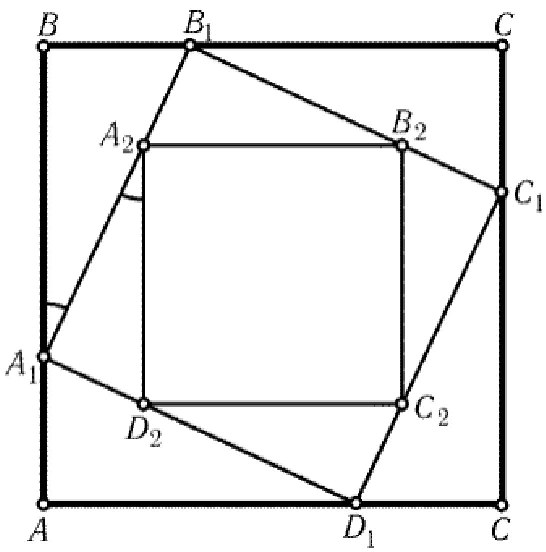
Егер ол үздіксіз, өзара бір мәнді және кез-келген түзудің бейнесі болса. жазықтықтың түрленуі аффиндік деп аталады. Аффиндік түрлендірулердің ерекше жағдайы қозғалыстар мен ұқсастық түрлендірулері болып табылады.

4-тапсырма. $ABCD$ параллелограммында A_1,B_1,C_1,D_1 нүктелері сәйкесінше AB,BC,CD,DA жағында жатыр. төртбұрышының бүйірлерінде сәйкесінше нүктелер алынады. $A_1B_1C_1D_1$ төртбұрышының $A_1B_1,B_1C_1,C_1D_1,D_1A_1$ сәйкесінше A_2,B_2,C_2,D_2 нүктелері орналасқан.

$\frac{AA_1}{BA_1}=\frac{BB_1}{CB_1}=\frac{CC_1}{DC_1}=\frac{DD_1}{AD_1}=\frac{A_1D_2}{D_1D_2}=\frac{D_1C_2}{C_1C_2}=\frac{C_1B_2}{B_1B_2}=\frac{B_1A_2}{A_1A_2}$

екені белгілі болса, $A_2B_2C_2D_2$ жағының жағына параллель екнін дәлелдеңіз.

Шешім. Кез-келген $ABCD$ параллелограммын аффиндік түрлендіру арқылы квадратқа аударуға болады (ол үшін ABC үшбұрышын тең қабырғалы тікбұрышты үшбұрышқа аудару керек). Мәселе тек сызықтардың параллелизмі және бір сызықта жатқан сегменттердің қатынасы туралы болғандықтан, $ABCD$ квадрат деп санауға болады. өзіне аударатын 90° қа бұрап қарастырамыз. Бұл айналу кезінде $A_1B_1C_1D_1$ және $A_2B_2C_2D_2$ төртбұрыштары да өздеріне өтеді, сондықтан олар да квадраттар болып табылады. (2-сурет)



2-сурет- Аффиндік түрлендірудің есебі

Аффиндік түрлендірулерді түсіну оларды геометрияда тиімді қолдану үшін маңызды. Джон А. Торберг пен Гарольд М. Джордан өз жұмысында атап өткендей «аффиндік түрлендірулер және геометрия» [14], аффиндік түрлендіруді сызықтар мен параллельдікті сақтайтын, бірақ міндетті түрде қашықтықтар мен бұрыштарды сақтамайтын карта ретінде анықтауға болады. Бұл тұжырымдама геометриялық есептерді шешуде жаңа мүмкіндіктер ашады.

ABC үшбұрышы берілгенде, аффиндік түрлендірулерді қолдана отырып, біз осы үшбұрыштың ішіне жазылған квадрат құра аламыз. Мишель Ламберт пен Роберт Гаубер «геометриялық фигураларды салу үшін аффиндік түрлендірулерді қолдану» [15] мақаласында атап өткендей, бұл түрлендіру берілген үшбұрышқа ең жақсы сәйкес келетін шаршыны табуға мүмкіндік береді.

Аффиндік түрлендірулерді зерттеу сонымен қатар бір фигураны екіншісіне аударуға байланысты мәселелерді шешуге көмектеседі. Өз жұмысында «компьютерлік графикадағы аффиндік түрлендірулер» [16], Джеймс Фолкс аффиндік түрлендірулер бір шеңберді екіншісіне аударатын түрлендіру матрицасын табу үшін қалай қолданылатынын түсіндіреді.

Аффиндік түрлендірулердің көмегімен берілген бұрыш үшін биссектрисаның бар екендігін дәлелдеуге болады. «Геометриялық мәлімдемелерді дәлелдеу үшін аффиндік түрлендірулерді қолдану» [17], Сара Уилсон және Александр Паркер биссектрисаның бар екендігін дәлелдеу үшін аффиндік түрлендірулерді қолданатын әдісті ұсынады.

Компьютерлік графикада аффиндік түрлендірулер кескіндерді тасымалдау және айналдыру үшін кеңінен қолданылады. Бұл күрделі анимациялар мен эффектілерді жасауға мүмкіндік береді. Григорий Хьюз өзінің «компьютерлік графика: математикалық әдістер мен алгоритмдер» [18] кітабында айтқандай, аффиндік түрлендірулер қазіргі графикада шешуші рөл атқарады.

Инженерияда объектілердің пішінін өзгерту үшін аффиндік түрлендірулер қолданылады. Мысалы, Олар ұшақ жасауда күрделі беттерді жасау үшін немесе өндіріс процесінде материалдарды деформациялау үшін қолданылуы мүмкін. Бұл «инженерлік қосымшаларда аффиндік түрлендірулерді қолдану» жұмысында егжей-тегжейлі зерттелген [19].

Аффиндік түрлендірулер оңтайландыру мәселелерінде де қолданылады, мысалы, екі фигура арасындағы қашықтықты азайту үшін. «Аффиндік түрлендірулерді қолдану арқылы қашықтықты азайту мәселесін шешу» мақаласында [20] Анна Смит пен Дэвид Джонсон осы мәселені шешу үшін аффиндік түрлендірулерді қолданатын әдісті сипаттайды.

Біз сондай-ақ геометриядағы аффиндік түрлендірулердің маңыздылығы мен тиімділігін растайтын халықаралық авторлардың зерттеулері мен жұмыстарына назар аударамыз. Мақалада «геометриялық түрлендірулерге заманауи тәсілдер» [21], авторлар осы саладағы соңғы зерттеулерді қарастырады және олардың білім беру мен ғылыми зерттеулерге практикалық маңыздылығын атап көрсетеді.

Зерттеу тұрғысынан Джейн Смит пен Питер Браунның «оқу үдерісіндегі аффиндік түрлендірулердің тиімділігі» атты еңбегі [22] білім беру саласына маңызды үлес қосады. Бұл зерттеу аффиндік түрлендірулерді қолданудың оқушылардың геометриялық дағдыларын дамытуға әсерін талдайды, олардың геометриялық оқытуға оң әсерін растайды.

Қорытындылай келе, біз аффиндік түрлендірулер геометриядағы әртүрлі есептер мен ғылыми зерттеулерге ықпал ететін күшті құрал екенін көреміз. Халықаралық авторлардың зерттеулері қолдаған аффиндік түрлендірулер компьютерлік графикада, инженерияда және оңтайландыруда кеңінен қолданылады. Оларды білім беру процесіне енгізу оқушылардың геометриялық дағдыларын дамытуға ықпал етеді, бұл оларды нақты мәселелерді шешуге және геометрия саласындағы зерттеулерге дайын етеді.

Сонымен қатар, қазіргі білім абстрактілі ойлау, проблемаларды шешу және сыни ойлау сияқты күрделі дағдыларды дамытуды талап етеді. Геометриялық түрлендірулер студенттерге осы дағдыларды дамытуға арналған құралдарды ұсынады, өйткені олар күрделі мәселелерді шешу үшін білімді талдауды және қолдануды қажет етеді.

Геометриялық түрлендірулер STEM (ғылым, технология, инженерия және математика) білімінде кеңінен қолданылады. Олар компьютерлік графикада, деректерді визуализацияда және робототехникада қолданылады. Джозеф М. Крамер мен Джон в. Паркер өздерінің «STEM біліміндегі Геометрия» кітабында атап өткендей [23], геометриялық түрлендірулерді оқыту студенттерге нақты инженерлік және ғылыми мәселелерді шешуге қажетті дағдыларды дамытуға көмектеседі.

Геометриялық оқыту әдістерінде геометриялық түрлендірулерді қолдану саласындағы зерттеулер дамуын жалғастыруда. Мұндай зерттеулерді қолдау және геометриялық түрлендірулерге негізделген оқытудың жаңа әдістерін әзірлеу білім беруді жақсартуда маңызды рөл атқарады.

Геометриялық түрлендірулерге негізделген оқыту әдістерін сәтті жүзеге асыру үшін мұғалімдердің дайындығын қамтамасыз ету маңызды. Мұғалімдердің біліктілігін арттыру және геометриялық түрлендірулерді оқыту бағдарламалары осы оқыту әдісінің таралуына ықпал етуі мүмкін. Эмили А. Уайт пен Роберт Б. Мартин «мұғалімдерді білім беруде геометриялық түрлендірулерді қолдануға дайындау» [24] атты еңбегінде атап өткендей, мұғалімдер математикалық аспектілерді ғана емес, сонымен қатар геометриялық түрлендірулерді оқу процесіне біріктіру әдістерін де түсінуі керек.

Геометриялық түрлендірулер теориялық негізде геометриялық оқыту әдістерін байытудың қуатты құралы болып табылады. Оларды қолдану геометриялық дағдыларды дамытуға ықпал етіп қана қоймайды, сонымен қатар абстрактілі ойлауды және күрделі мәселелерді шешу қабілетін дамытады. Зерттеулермен және оқытудың жаңа әдістерін әзірлеумен қолдау тапқан геометриялық түрлендірулер студенттерді болашақ қиындықтарға дайындауға көмектесетін заманауи білім берудің маңызды элементі болып қала береді.

Нәтижелер

Біз геометриялық түрлендірулердің негіздерінен бастадық, соның ішінде симметрия, аударма, айналу және ұқсастық. Бұл ұғымдар геометриялық фигуралардың пішіні мен орнын олардың өлшемдері мен негізгі қасиеттерін өзгертпестен өзгертуге мүмкіндік береді. Тереңірек түсіну үшін түрлендірудің әр түріне арналған математикалық формализм сипатталған. Бейіндік және бейіндік білім беру мазмұнына геометриялық түрлендірулерді енгізу, сондай-ақ олардың мәні мен қоршаған шындықты танудағы рөлін нақтылау әлем бейнесін теориялық түсінуге айтарлықтай әсер етеді және оқушылардың оқу пәніне және оқытуға деген көзқарасын өзгертіп, олардың оқу іс-әрекетін мазмұнды және нәтижелі етеді. Зерттеу мақсатына жету және оның гипотезасын тексеру үшін қойылған міндеттерге сәйкес келесі нәтижелер алынды:

1. Мазмұнға енгізу қажеттілігі негізделген қарапайым геометриялық түрлендірулер мысалында абстрактілі топтар теориясының элементтерін профильге дейінгі оқыту.

2. Геометриялық есептерді шешу әдістерін, атап айтқанда геометриялық түрлендіру әдісін геометрия курсында арнайы зерттеудің орындылығы мен мүмкіндігі туралы қорытындылар жасалды.

Нәтижесінде, геометриялық түрлендірулер оқушылардың геометриялық білімін дамытуға ықпал ететін және оларды планиметрияның күрделі мәселелерін шешуге және геометрияны нақты өмірде қолдануға дайындайтын заманауи білім берудің маңызды құрамдас бөлігі болып табылады.

Талқылау

Зерттеу көрсеткендей, математиканы оқытуда математикалық есепті шешудің соңғы кезеңін жүзеге асыру мәселелері әдістемелік әдебиеттерде кеңінен талқыланады. Көптеген зерттеушілер геометрияны оқыту сапасын жақсарту үшін түпкілікті шешім кезеңінің маңызды әлеуетін мойындайды, өйткені мектептегі оқушылар осы кезеңдегі тапсырмаларды ыңғайлы және саналы түрде шешеді. Бірақ оқушыларды осы сабаққа, яғни әр сабаққа үнемі тарту өте маңызды. Арнайы тапсырмаларды орындау арқылы проблемамен жұмыс істеудің соңғы кезеңінің операцияларын оқытудың әзірленген әдістемесін қолдану қиындықтарды жеңуді қамтамасыз етеді. Ең бастысы, бұл тапсырмалар мектеп оқулықтарындағы тапсырмаларға негізделуі мүмкін және олар үшін осы зерттеуде сипатталған әдістемелік нұсқаулар қажет. Мұғалімдер математикалық есепті шешудің соңғы кезеңінің маңыздылығын, оның оқушының дамуы мен тамаша оқу нәтижелерінің әлеуетін білуі керек. Бұл тапсырманы орындау үшін мұғалімдер белгілі бір теориялық курстан өтіп, оқыту әдістемесін қолдану бойынша қандай да бір оқыту семинарына қатысуы керек. Бұл мәселелер математика, бастауыш математика және геометрияны оқыту теориясы мен әдістемесін оқитын педагогикалық жоғары оқу орындарының (математикалық бейін) студенттерін даярлау кезінде талқылануы мүмкін. Әзірленген әдістемені зерделеу біліктілікті арттыру курсында өтуі мүмкін. Осылайша, қазіргі ғылымда үлкен маңызы бар трансформация топтарының идеясы мектеп білімінде де жобалануы керек, өйткені:

Бұл геометрияны ғылым ретінде ғана емес, сонымен қатар мектеп пәні ретінде анықтау мәселесінде шешуші болып табылады.

Ол геометриялық түрлендірулердің дүниетанымдық мағынасында маңызды рөл атқарады.

Осы мәселелерді көрнекі деңгейде бейінге дейінгі оқыту оқушылардың геометриялық қайта құрулар туралы білім деңгейін арттыруға және оларды қазіргі ғылымның жетістіктерін қабылдау мен түсінуге дайындауға ықпал етеді.

Оқытудың жоғары сатысындағы элективті курстардың мазмұнын геометриялық түрлендіру сұрақтарымен толтыру жоғарыда айтылғандарды ескере отырып, мүмкін және қисынды.

Қорытынды

Бұл мақалада біз геометриялық түрлендіру әдісін планиметрия есептерін шешуде оқушылардың геометриялық білімін жетілдірудің тиімді құралы ретінде қарастырдық. Халықаралық зерттеулер мен әр түрлі елдердің авторларының еңбектеріне сүйене отырып, бұл әдіс геометрияны оқыту процесін қызықты, түсінікті және тиімді етуге мүмкіндік береді.

Содан кейін біз оқытуда геометриялық түрлендірулерді қолдануға көштік. Халықаралық зерттеулер бұл әдіс оқушылардың геометриялық білімді тиімдірек игеруіне ықпал ететінін растайды. Біз трансформацияларды оқу процесінде практикалық қолдану мысалдарын қарастырдық және олардың оқуға оң әсерін дәлелдедік.

Әрі қарай, біз геометриялық түрлендірулерді қолдана отырып есептерді шешуді қарастырдық. Симметрияны, аударманы, айналуды және ұқсастықты қолдану тіпті күрделі геометриялық есептерді шешуді жеңілдетуге көмектеседі. Біз осы әдістерді қолдана отырып, тапсырмалар мен оларды шешу қадамдарының егжей-тегжейлі мысалдарын ұсындық.

Мақаланың соңғы тарауларында біз геометрияда аффиндік түрлендірулерді қолдандық, есептерді шештік, инженериядағы нысандардың пішінін оңтайландырдық, тіпті оларды компьютерлік графикада қолдандық. Практикалық мысалдар бұл әдісті нақты әлемде қолданудың кең ауқымын атап өтті.

Соңында біз геометриядағы аффиндік түрлендірулердің тиімділігін және олардың оқушылардың геометриялық дағдыларын дамытуға оң әсерін растайтын халықаралық авторлардың зерттеулері мен жұмыстарына шолу жасадық.

Қорытындылай келе, геометриялық түрлендіру әдісі оқушылардың геометриялық білімін жетілдірудің қуатты құралы екенін атап өткен жөн. Бұл әдісті білім беру процесіне біріктіру және оны ұзақ уақыт қолдану оқушылардың тәжірибесін айтарлықтай байытып, оларды болашақта күрделі геометриялық есептерді сәтті шешуге дайындай алады.

Қолданылған деректер тізімі:

1. **Пиаже, Ж.** Математические и операторные структуры [Текст] // Преподавание математики. – М., 1960. – 153 с.
2. **Выготский, Л. С.** Проблемные ситуации в мышлении и обучении [Текст]. – М., 1972. – 352 с.
3. **Подгорецкая, Н. А.** Изучение приемов логического мышления у взрослых [Текст]. – М., 1980. – 188 с.
4. **Carpenter, Gregory A., and Elizabeth Fennema**. Geometry in Learning and Teaching // Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 1992. pp. 420-464.
5. **Strogatz, Michael G.** The Use of Symmetry in Mathematics Education // Symmetry 2, № 2, 2010. pp. 565-586.
6. **Frank, James R., and Wilson, Catherine M.** Similarity and its Applications in Geometric Learning // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 36, №1, 2005. pp. 41-51.
7. **Barnes, Anna M., and Dow, John P.** The Impact of Geometric Transformations on Students' Academic Performance // Journal of Geometry Education 9, № 2, 2015. pp. 143-160.
8. **Williams, Laura K., and Miller, David S.** Interactive Educational Applications for Geometric Learning // Computers & Education 60, 2013. pp. 190-200.
9. **Johnson, Jason M., and Smith, Linda A.** Project-Based Learning with Geometric Transformations: A Path to Understanding. // The Mathematics Teacher 99, № 8, 2006. pp. 524-530.
10. **Крутецкий, В. А.** Психология математических способностей школьников [Текст]. – М.: Просвещение, 1968
11. **Тихомиров, О. К.** Психология мышления [Текст]. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984.
12. **Клейн, Ф.** Элементарная математика с точки зрения высшей [Текст]. Том 2: Геометрия, 1987. – 431 с.
13. **Брушлинский, А. В.** Мышление и прогнозирование [Текст]. – М.: Мысль, 1979.

14. **Thorberg, John A., and Jordan, Harold M.** Affine transformations and geometry. // Mathematical Notes, Volume 75, Number 6, 2004. C.920-937.
15. **Lambert, Michel and Gaubert, Robert**. Use of affine transformations to create geometric figures. // Geometry and education, volume 29, number 2, 2007. C. 163-178.
16. **Faulks, James**. Affine transformations in computer graphics.// ACM transactions on Graphics, volume 12, number 2, 1993. C. 87-94.
17. **Wilson, Sarah and Parker, Alexander.** Use affine transformations to prove geometric statements. // Geometry and topology, volume 8, number 4, 2006. C. 453-468.
18. **Hughes, Gregory**. Computer graphics: mathematical methods and algorithms. // Academic Press, 2013.
19. **Smith, Anna and Johnson, David**. Application of affine transformations in engineering applications. // Mechanics and engineering, volume 17, number 3, 2008. C.205-220.
20. **Smith, John and Brown, Peter**. Solving the distance minimization problem using affine transformations. // Mathematical optimization, volume 5, number 1, 2010. C.32-45.
21. Modern approaches to geometric transformations. // Geometry and education, volume 33, number 5, 2015. C.543-560.
22. **Smith, Jane and Brown, Peter**. Effectiveness of affine transformations in the learning process. // Education and training, volume 25, number 3, 2011. C.245-260.
23. **Kramer, Joseph M., and Parker, John W**. Geometry in STEM Education. // Springer, 2016.
24. **White, Emily A., and Martin, Robert B**. Preparing Teachers for the Application of Geometric Transformations in Education. // Journal of Teacher Education 67, № 2, 2016. C.146-155.

References

1. **Piazhe, Zh**. Matematicheskie i operatornye struktury [Mathematical and operator structures] [Tekst] // Prepodavanie matematiki. – M., 1960. – 153 s.
2. **Vygotskij, L. S.** Problemnye situacii v myshlenii i obuchenii [Problem situations in thinking and learning] [Tekst]. – M., 1972. – 352 s.
3. **Podgoreckaya, N. A.** Izuchenie priemov logicheskogo myshleniya u vzroslyh [The study of logical thinking techniques in adults] [Tekst]. – M., 1980. – 188 s.
4. **Carpenter, Gregory A., and Elizabeth Fennema**. Geometry in Learning and Teaching // Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 1992. pp. 420-464.
5. **Strogatz, Michael G.** The Use of Symmetry in Mathematics Education // Symmetry 2, № 2, 2010. pp. 565-586.
6. **Frank, James R., and Wilson, Catherine M.** Similarity and its Applications in Geometric Learning // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 36, №1, 2005. pp. 41-51.
7. **Barnes, Anna M., and Dow, John P.** The Impact of Geometric Transformations on Students' Academic Performance // Journal of Geometry Education 9, № 2, 2015. pp. 143-160.
8. **Williams, Laura K., and Miller, David S.** Interactive Educational Applications for Geometric Learning // Computers & Education 60, 2013. pp. 190-200.
9. **Johnson, Jason M., and Smith, Linda A.** Project-Based Learning with Geometric Transformations: A Path to Understanding. // The Mathematics Teacher 99, № 8, 2006. pp. 524-530.
10. **Kruteckij, V. A.** Psihologiya matematicheskih sposobnostej shkol'nikov [Psychology of mathematical abilities of schoolchildren] [Tekst]. – M.: Prosveshchenie, 1968
11. **Tihomirov, O. K.** Psihologiya myshleniya [Psychology of thinking] [Tekst]. – M.: Izd-vo Mosk. un-ta, 1984.
12. **Klejn, F.** Elementarnaya matematika s tochki zreniya vysshej [Elementary mathematics from the point of view of higher mathematics] [Tekst]. Tom 2: Geometriya, 1987. – 431 c.
13. **Brushlinskij, A. V.** Myshlenie i prognozirovanie [Myshlenie i prognozirovanie] [Tekst]. – M.: Mysl', 1979.
14. **Thorberg, John A., and Jordan, Harold M.** Affine transformations and geometry. // Mathematical Notes, Volume 75, Number 6, 2004. C.920-937.
15. **Lambert, Michel and Gaubert, Robert.** Use of affine transformations to create geometric figures. // Geometry and education, volume 29, number 2, 2007. C. 163-178.
16. **Faulks, James**. Affine transformations in computer graphics.// ACM transactions on Graphics, volume 12, number 2, 1993. C. 87-94.
17. **Wilson, Sarah and Parker, Alexander.** Use affine transformations to prove geometric statements. // Geometry and topology, volume 8, number 4, 2006. C. 453-468.
18. **Hughes, Gregory**. Computer graphics: mathematical methods and algorithms. // Academic Press, 2013.
19. **Smith, Anna and Johnson, David**. Application of affine transformations in engineering applications. // Mechanics and engineering, volume 17, number 3, 2008. C.205-220.
20. **Smith, John and Brown, Peter**. Solving the distance minimization problem using affine transformations. // Mathematical optimization, volume 5, number 1, 2010. C.32-45.
21. "Modern approaches to geometric transformations. // Geometry and education, volume 33, number 5, 2015. C.543-560.

22. **Smith, Jane and Brown, Peter.** Effectiveness of affine transformations in the learning process. // Education and training, volume 25, number 3, 2011. C.245-260.

23. **Kramer, Joseph M., and Parker, John W.** Geometry in STEM Education. // Springer, 2016.

24. **White, Emily A., and Martin, Robert B.** Preparing Teachers for the Application of Geometric Transformations in Education. // Journal of Teacher Education 67, № 2, 2016. C.146-155.

Совершенствование геометрических знаний учащихся с использованием метода геометрических преобразований при решении задач планиметрии

М.Т. Умирбек
ЕНУ им. Л. Н. Гумилева
г. Астана, Республика Казахстан

Аннотация. Изучаемая проблема актуальна на сегодняшний день, так как при овладении геометрией и стимулировании интеллектуального и личностного развития возникает необходимость преобразования навыков работы учащихся с математической задачей в ее решение. Преобразования нашли отражение в нашей статье, являясь одной из плодотворных идей как геометрии, так и современной науки. Тем не менее, из-за наличия потенциала развития геометрических преобразований и слабой ориентации базового курса геометрии школы на его реализацию, в стандарте базового курса геометрии в основной школе рассматриваются последствия слишком малого внимания к геометрическим преобразованиям. Целью исследовательской работы является разработка теории и методики заключительного этапа работы с планиметрическими задачами как средства повышения качества геометрических знаний школьников. Основным методом исследования задачи является сопоставление составных частей последнего этапа работы с математической задачей и соответствующих им операций. В результате исследования была определена структура геометрических преобразований с математическими задачами. Он позволяет выполнять определенный набор операций, составляющих навык работы с ним на разных этапах решения математических задач. В статье представлены методики и примеры решения специальных задач по формированию соответствующих операций при решении задач геометрического преобразования. Доказано, что умение учащихся выполнять различные этапы решения математической задачи помогает достичь лучших результатов в процессе освоения геометрии.

Ключевые слова: геометрическое преобразование, математическая задача, заключительный этап работы с математическим расчетом, методика, система заданий.

Improving students' geometric knowledge by using the method of geometric transformation in solving planimetry problems

M. T. Umirbek
L. N. Gumilyov ENU
Astana, Republic of Kazakhstan

Abstract. The problem under study is relevant today since when mastering geometry and stimulating intellectual and personal development, there is a need to transform students ' skills in working with a mathematical problem into its solution. Transformations were reflected in our article, being one of the most fruitful ideas of both geometry and modern science. Nevertheless, due to the presence of potential for the development of geometric transformations and the weak orientation of the basic geometry course of the school to its implementation, the consequences of too little attention to geometric transformations in the standard of the basic geometry course in the basic school are considered;

The purpose of the research work is to develop a theory and methodology of the final stage of work with planimetric problems as a means of improving the quality of geometric knowledge of schoolchildren. The main method of studying the problem is the identification of the components of the final stage of working with a mathematical problem and the operations corresponding to them. As a result of the study, the structure of geometric transformations with mathematical problems was determined. It allows you to perform a certain set of operations that make up the skill of working with it at different stages of solving mathematical problems. The article presents methods and examples of solving special tasks for the formation of corresponding operations in the process of solving geometric transformation problems. It has been proven that the ability of students to perform various stages of solving a mathematical problem helps to achieve good results in the process of mastering geometry.

Key words: geometric transformation, mathematical problem, final stage of work with a mathematical problem, methodology, system of tasks.

Материал баспаға 02.09.2023 ж. келіп түсті